

조작 성능 지수의 시간 변화율을 고려한 여유 자유도를 갖는 로봇의 제어 방법

이준수* 서일홍* 임준홍** 김경기*
* 한양대학교 전자공학과 ** 한국항공대학교

Control of redundant robot manipulators using the time-derivatives of manipulability

Joonsoo Lee, Il Hong Suh, Joonhong Lim, kyungki Kim
Hangyang Univ. Hankuk Aviation College

ABSTRACT

It is well-known that the redundancy can be exploited to avoid the singular regions of the redundant manipulator by increasing the manipulability. The method, however, requires excessive energy and gives rather large tracking errors since the manipulability is increased rapidly so that the manipulator avoid the singular region quickly.

In this paper, a new method is proposed in which the increasing speed of the manipulability is confined to a certain bound. Therefore, in the proposed method, the movement energy and the tracking errors are reduced. The computer simulation studies are performed to show the validity of the method.

1. 서론

여유 자유도를 갖는 로봇이란 주어진 과제를 실행하는데 최소로 필요한 자유도 (degree-of-freedom) 이상을 갖는 로봇트를 말한다. 예를 들면 3차원 공간에서 end-effector가 원하는 위치와 자세를 취하는데 6 자유도가 필요한데 7 자유도 이상을 갖는 경우 여유 자유도를 갖는 로봇트가 된다.

일반적으로 6 자유도만 있으면 주어진 작업을 할 수 있으나 작업 공간에 있는 특이 영역이나 장애물로 인하여 작업에 많은 제약을 받는다. 특이 영역에서는 관절의 속도가 매우 커져서 로봇트의 관절 속

도 범위를 넘게되는데 주어진 작업에 대해 6 자유도의 로봇트는 위치와 자세를 1 개만 취할 수 있으므로 특이 영역을 회피할 수 없는 경우가 생긴다.

하지만 여유 자유도를 갖는 로봇트는 3 차원 공간에서 수없이 많은 위치와 자세를 취할 수 있으므로 특이성 회피와 장애물 회피등에 매우 유용하다.

여유 자유도 로봇트의 이러한 장점으로 인하여 많은 연구가 진행되고 있는데 [1] 에서는 위치에 관련된 스카라 성능 지수를 최소화 시키는 방법을 제시하고 관절의 범위를 회피하는 방법을 보여 주었다. [2] 에서는 성능 지수 (dexterity measure) 를 최소화 시킴으로써 특이성을 회피하는 방법을 제시하였다. [3] 에서는 다양한 성능 지수를 비교하였고 [4],[5] 에서는 성능 지수를 일정하게 유지함으로써 특이 영역을 회피하는 방법을 제시하였다. 또한 [6] 에서는 과제에 우선 순위를 정하여 높은 순위의 과제를 우선 실행하고 남은 자유도를 이용하여 낮은 순위의 과제를 수행하는 방법도 제시하였다.

위와 같은 연구에서 특이영역을 회피하는 방법으로 조작 성능 지수를 최대화하는 제어 방법은 특이 영역에서 벗어 나가거나 근처를 지날때 로봇트의 무리한 운동으로 인하여 매우 큰 에너지가 소모되며, 많은 오차가 발생한다. 이를 감소시키는 방법으로 조작 성능 지수의 시간 변화율을 일정값 이내로 제한하여 에너지와 오차를 감소시키는 방법을 제시하고자 한다.

2장에서는 여유 자유도를 갖는 로봇트의 기구학

적 방정식 및 그 일반해에 대하여 논하고 3장에선 조작 성능 지수의 시간 변화율을 이용한 제어 방법을 제시하였다. 4장에서는 제시된 방법을 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 타당성을 보이고 이 방법을 사용하지 않은 결과와 비교하였다. 5장에선 제안된 방법을 평가하고 문제점과 앞으로의 연구 과제에 대하여 논하였다.

2. 여유 자유도를 갖는 로봇의 기구학적 방정식 및 그 일반해

일반적인 머니퓰레이터(manipulator)에 대한 작업 공간(work space)의 좌표 (x)와 관절 변수 (θ)와의 관계는 다음과 같다.

$$x = f(\theta) \quad (1)$$

여기서 $x \in \mathbb{R}^n$, $\theta \in \mathbb{R}^m$ 이다. 이에 대한 관절 각속도와 end effector의 속도 ($\dot{\theta}$)와의 관계는 다음과 같다.

$$\dot{x} = J(\theta) \dot{\theta} \quad (2)$$

여기서 $\dot{x} = dx/dt \in \mathbb{R}^n$, $\dot{\theta} = d\theta/dt \in \mathbb{R}^m$, $J(\theta) = \partial f/\partial \theta \in \mathbb{R}^{n \times m}$ 은 머니퓰레이터의 자코비안(Jacobian)이며 여유 자유도를 갖는 로봇에 대해선 $m > n$ 이다.

우리가 원하는 것은 주어진 작업 공간의 좌표 경로 (x)에 대하여 관절 변수 θ 를 구하는 것으로서 이 방법중에 하나는 머니퓰레이터의 자코비안 J의 Pseudo inverse J^+ 를 이용한다.

$$J^+ = J^T (J J^T)^{-1} \in \mathbb{R}^{m \times n} \quad (3)$$

여기서 J^T 는 J의 transepose이고 J^{-1} 는 inverse matrix이다. Pseudo inverse J^+ 를 이용하여 식(2)를 풀면

$$\dot{\theta} = J^+ \dot{x} + (I - J^+ J) e \quad (4)$$

를 구할 수 있다. 식(4)에서 $e \in \mathbb{R}^m$ 은 여유 자유도를 유용하게 이용할 수 있도록 선택할 수 있는 벡터이다.

3. 조작 성능 지수의 시간 변화율을 이용한 제어 방법

[2]에서는 일반해(4)의 임의의 벡터 e를 조작 성능 지수 $P = \sqrt{\det J^+ J}$ 를 최대화 되도록 조작 성능 지수의 기울기(gradient)로 하였다.

$$e = k Z e \quad (5)$$

여기서 $Z e \in \mathbb{R}^m$, $Z e_i = \partial P / \partial \theta_i$, $i = 1, \dots, m$ 이고

k는 양의 실수이다. 식(4)를 디지털 컴퓨터를 사용하여 계산하기 위해 이산화시킨 형태로 바꾸면

$$\Delta \theta = J^+ \Delta x + (I - J^+ J) e \quad (6)$$

여기서 $\Delta \theta = \theta_{i+1} - \theta_i$, $\Delta x = x_{i+1} - x_i$, $i = 0, \dots, l-1$ l은 경로의 등분수이다. 이 해를 이용하여 에너지를 구해보면

$$E = \Delta \theta^T P \Delta \theta \quad (7)$$

여기서 P는 관성 매트릭스이다. P는 상수 매트릭스이므로 에너지를 $\Delta \theta^T P \Delta \theta$ 로 생각하면 $\Delta \theta$ 의 증가에 따라 에너지 역시 증가하게 된다.

오차는

$$\begin{aligned} \text{err} &= X_d(t+1) - X_a(t+1) \\ &= X_d(t+1) - f(\theta + \Delta \theta) \\ &\doteq X_d(t+1) - [f(\theta) + \frac{\partial f}{\partial \theta} \Delta \theta + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2} \Delta \theta^2 + \dots] \\ &\doteq X_d(t+1) - [f(\theta) + J \Delta \theta] \end{aligned} \quad (8)$$

이다. 여기서 $X_d(t+1)$ 은 이산 시간 t+1에 가고자 하는 위치고 $X_a(t+1)$ 은 실제의 계산에 의해 가게 되는 위치이다. 이식에서 실제로 간 위치는 테일러 급수에 의해 구해지는데 2차항 이상은 매우 작다고 하여 무시된다. 하지만 $\Delta \theta$ 가 충분히 작지않고 클 경우엔 오차 역시 크게된다.

이상과 같이 오차와 에너지가 $\Delta \theta$ 의 크기에 상관되는데 조작 성능 지수를 최대화하는 제어 방법은 특이 영역 근처를 지날때 조작 성능 지수의 기울기 $Z e = \partial P / \partial \theta$ 가 증가하게 되어 일반해의 두번째 항 $(I - J^+ J)k Z e$ 이 커지게 된다. 이 커진 값이 $\Delta \theta$ 를 증가시키는 주요한 요인이 되는데 임의의 상수 k를 작게하여 관절 속도를 줄일 수 있다. 하지만 이럴 경우에 조작 성능 지수를 최대화하여 특이 영역을 회피하기 위해 구한 기울기의 영향이 작아져 특이 영역 회피에 많은 시간이 걸리게 된다.

본 논문에서 제안하는 방법은 조작 성능 지수의 시간 변화율이 일정값보다 클 경우에는 일정값 이내로 제한하고 작을 경우에는 오차가 허용하는 범위에서 증가시키는 방법을 사용하고자 한다. 이때 $Z e$ 를 직접 사용하는 것은 매트릭스의 형태로 제어기 어려우므로 조작 성능 지수의 시간 변화율을 일정값 이내로 제한하게 하는 $k = k(t)$ 를 구한다. 제어 알고리즘은 먼저 조작 성능 지수의 시간 변화율을

다음과 같이 구하고

$$\begin{aligned} \dot{P}(\theta) &= \frac{\partial P^T}{\partial \theta} \frac{d\theta}{dt} \\ &= Ze^T \dot{\theta} \\ &= Ze^T (J^* \dot{x} + (I - J^*J) k Ze) \quad (9) \end{aligned}$$

일정값보다 클 경우에는 일정값으로 제한하기 위한 $k(t)$ 를 아래와 같이 구한다.

$$k(t) = \frac{\dot{P}d(\theta) - Ze^T J^* \dot{x}}{Ze^T (I - J^*J) Ze} \quad (10)$$

여기서 $\dot{P}d(\theta)$ 는 원하는 조작 성능 지수의 시간 변화율이고 Ze 는 조작 성능 지수의 기울기이다. 일정값보다 작을 경우에 $k(t)$ 를 그대로 두면 시간 변화율이 가장 클때의 변화값이 되므로 가장 작은 값을 계속 갖고 있게 된다. 따라서 에너지와 오차의 허용치 이내에서 $k(t)$ 를 증가 시켜준다.

4. 컴퓨터 시뮬레이션 및결과

본 연구의 시뮬레이션 대상은 그림 1의 자유도 3인 로봇의 end-effector 위치만 고려하였으며 자코비안 매트릭스는 다음과 같다.

$$J(\theta) = J(\theta_1, \theta_2, \theta_3) = \begin{bmatrix} -r_1s_1 - r_2s_2 - r_3s_3 & -r_2s_2 - r_3s_3 & -r_3s_3 \\ r_1c_1 + r_2c_2 + r_3c_3 & r_2c_2 + r_3c_3 & r_3c_3 \end{bmatrix}$$

여기서 $s_1 = \sin(\theta_1)$, $s_2 = \sin(\theta_1 + \theta_2)$, $s_3 = \sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)$, $c_1 = \cos(\theta_1)$, $c_2 = \cos(\theta_1 + \theta_2)$, $c_3 = \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)$ 이다.

$r_1 = 0.65$, $r_2 = 0.8$, $r_3 = 0.2m$ 이며 초기의 관절 각도는 $\theta_1 = -3.14$, $\theta_2 = 3.05$, $\theta_3 = 0.03rad$ 이다. 주어진 과제는 end-effector를 y 축으로 $-0.1m$ 이동시키면서 특이 영역을 회피하는것이다.

k 를 일정하게 유지한 경우의 결과는 그림 2와 같이 관절 각도의 급격한 운동을 하며 그림 4, 5에서와 같이 에너지와 오차 역시 증가한다. 하지만 조작 성능 지수의 시간 변화율을 일정값으로 제한할 경우에는 그림 3에서와 같이 그림 2에서 급속한 관절 운동을 한 부분에서 제한된 관절 운동을 볼 수 있으며 그림 4, 5에서와 같이 에너지와 오차가 감소된다. 또한 조작 성능 지수의 시간 변화율이 제한됨에도 불구하고 그림 6에서처럼 조작 성능 지수가 최대값에 도달하는 시간은 거의 같음을 알 수 있다. 그림 7에선 시간 변화율이 일정값 이내로

제한된 것을 보여 준다.

5. 결론

본 논문에서는 여유 자유도를 갖는 로봇의 조작 성능 지수의 시간 변화율을 일정값이내로 제한함으로써 에너지와 오차를 줄이는 방법을 제시하였다. 시뮬레이션 결과 기존의 시간 변화율을 제한하지 않은 방법에 비해 에너지와 오차가 감소하는 반면에 시간 변화율을 제한함에도 불구하고 조작 성능 지수의 최대값에 도달하는 시간은 거의 차이가 없음을 알 수 있다.

문제점은 시간 변화율이 범위내에 있을때 $k(t)$ 의 변화를 어떻게 해주는가에 따라 에너지와 오차에 영향을 주게 되는데 이에 대한 연구도 필요하다.

앞으로의 연구 과제는 조작 성능 지수의 최적 제어를 위한 조작 성능 지수의 시간변화율을 어떻게 해야 하는지에 대한 연구이다.

참고문헌

1. Liegeois, A. "Automatic supervisory control for the configuration and behavior multi-body mechanisms.", IEEE Trans. Sys., Man, Cyber., SMC-7(12):868-871, 1977
2. Yoshikawa, T. "Analysis and control of robot manipulators with redundancy.", Int. Robotics Research: The First International Symposium, eds. M. Brady and R.P. Paul, pp.735-747. Cambridge: MIT Press, 1984
3. Klein, C. "Dexterity Measures for the Design and Control of Kinematically Redundant Manipulators", Int. Journal of Robotics Research, Vol.6, No.2, 72-83, 1987
4. Walker, D and Marcus, I "An approach to the control of kinematically redundant robot manipulators" Proc. 1986 American Control Conf. 1907-1912, 1988
5. Walker, D and Marcus, I "Subtask performance by redundancy resolution for redundant robot manipulators" IEEE Journal of Robotics and automation Vol.4, No3. 350-354, 1988
6. Nakamura, Y and Yoshikawa, T "Task-priority based redundancy control of robot manipulators" Int. Journal of Robotics Research, Vol. 6, No.2, 3-15, 1987

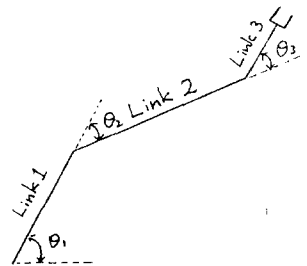


그림 1. 시뮬레이션 대상 로봇
fig. 1. simulation robot

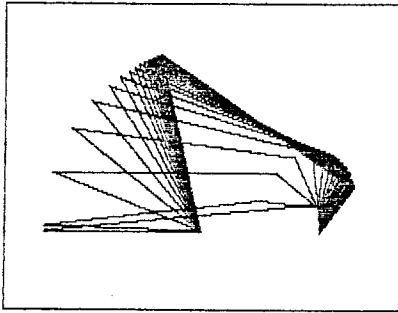


그림 2. 시간 변화율을 제한하지 않은 로봇의 운동
fig. 2. robot motion of unbounded time derivative

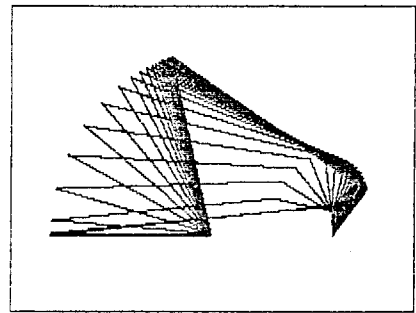


그림 3. 시간 변화율을 제한한 로봇의 운동
fig. 3. robot motion of bounded time derivative

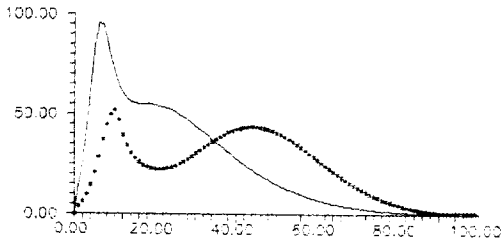


그림 4. 에너지
fig. 4. energy

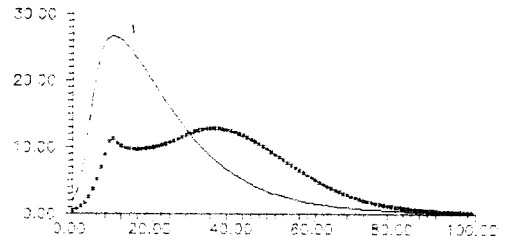


그림 5. 오차
fig. 5. error

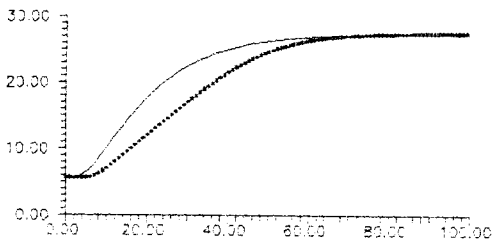


그림 6. 조작 성능 지수
fig. 6. manipulability

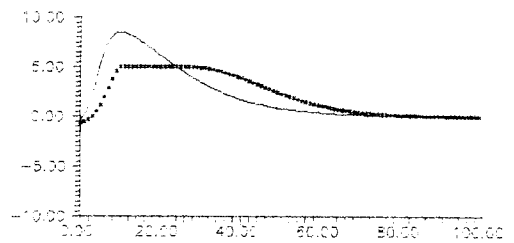


그림 7. 조작 성능 지수의 시간 변화율
fig. 7. time derivatives of manipulability

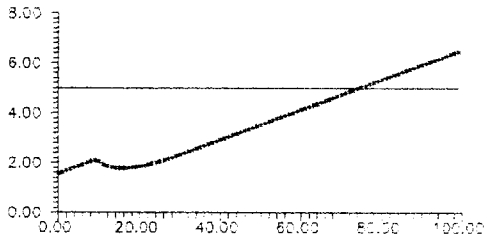


그림 8. $k(t)$ 의 변화
fig. 8. cost function $k(t)$

* bounded method
- unbounded method