

강인 내부 보상기의 설계와 해석

최현택[~], 김봉근[~], 서일홍[~], 정완균[~], 배홍문[†], 정홍상[†]
 * 한양대학교, ** 포항공대, † 대우 전자

Analysis and Design of Robust Internal-Loop Compensator

H. T. Choi[~], B. K. Kim[~], I. H. Suh[~], W. K. Chung[~], H. M. Bae[†], H. S. Jung[†]
 * Hanyang University, ** POSTECH, † Daewoo Electronics

Abstract

A robust controller design methodology is proposed, where the proposed controller consists of a servo controller at the outer loop as well as the robust internal-loop compensator (RIC) to eliminate the model uncertainty and external disturbance. It is shown that RIC is general structure of DOB and ARC. Numerical example is illustrated to show validities of the proposed robust controller.

1. 서론

최근 모델에 기초한 다양한 강인 제어 방법이 제안되고 있다. 여기에는 외란 관측기(Disturbance Observer, DOB)[1-4], 내부 모델 제어기(Internal Model Controller, IMC)[5-7], 적응 강인 제어기(Adaptive Robust Control, ARC)[8], 등이 있다. 이러한 방법들은 각각의 특징을 갖고 있으며, 구현하는 부분에서 서로 다른 점이 있으나, 공통적으로 "서보 제어기와는 별도로 모델의 불확실성, 시스템의 변화, 그리고 외란으로 인해 발생하는 공칭 모델과의 오차를 모두 통합된 외란으로 간주하여 보상하는 보상기를 갖는다"라는 점은 같다. 이중에 구조의 이해와 구현이 비교적 쉬워 다양한 응용 분야에 적용되어 좋은 성능을 보이고 있는 DOB는 제어기에 사용되는 역 모델을 실제 구현할 수 없기 때문에 저역 통과 필터를 함께 사용한다. 이 저역 통과 필터를 Q 필터라고 한다. 이로 인해 DOB가 제거할 수 있는 외란의 주파수 대역이 Q 필터의 절점 주파수 이하의 영역으로 제한된다. 물론 이 절점 주파수를 설계 변수로 결정할 수 있으나, 시스템의 안정도에 영향을 미치게 되어 임의로 결정할 수 없다. 한편 IMC는 역 모델을 사용하지 않지만 모델이 실제 시스템과의 차이가 크면 성능이 저하되는 단점이 있다. 이를 보완하여 IMC의 강인성을 개선한 방법[7]이 제안되었으나 일반적으로 보상기 설계 방법과 해석이 이루어지지 않았다.

본 논문에서는 IMC의 강인성을 개선하기 위해 적용한 방법을 일반화하여 모델에 기초한 강인 제어 방법의 기본 구조를 제안하고자 한다. 이는 강인 안정도와 강인 성능을 부여하는 내부 보상기와 공칭 성능을 제공하는 외부 제어기로 구성된다. 2장에서는 제안한 강인 내부 보상기의 구조에 대하여 설명하고, 3장에서 DOB의 구조적인 제약을 설명하고, 강인 내부 보상기는 DOB, ARC의 일반적인 형태로 설명되어 질 수 있음을 보인다. 4장에서 모의 실험을 통해 제안한 방법의 유용함을 보이고, 마지막으로 결론을 내린다.

2. 강인 내부 보상기

제안한 강인 제어 시스템은 시스템에 내부 보상기를 적용하고, 외부에 서보 제어기를 적용하는 이중 구조를 갖는다. 여기서 제안한 내부 보상기를 강인 내부 보상기(Robust Internal-loop Compensator; RIC)라 하자. 그리고 서보 제어기는 전체 시스템의 공칭 안정성(Nominal Stability)과 공칭 성능(Nominal Performance)을 기준으로 다양한 제어기의 설계가 가능하며, RIC는 실제 시스템이 공칭 모델처럼 동작하도록 하는 강인성을 갖도록 설계된다. 따라서 전체 시스템은 강인 안정성(Robust Stability)과 강인 성능(Robust Performance)을 갖게 된다.

RIC는 시스템이 설계한 공칭 모델과 같이 동작하도록 하는 역할을 한다. 따라서 구조적인 모델의 불확실성, 시스템의 변화, 외란 등에 대하여 강인성을 갖도록 하여 준다. 서론에서 언급한 바와 같이 이와 유사한 성격을 띠는 제어기, 예를 들면 외란 관측기 등이 제안되었으나, 본 논문에서는 그림 1와 같은 일반적인 형태의 강인 내부 보상기를 제안한다.

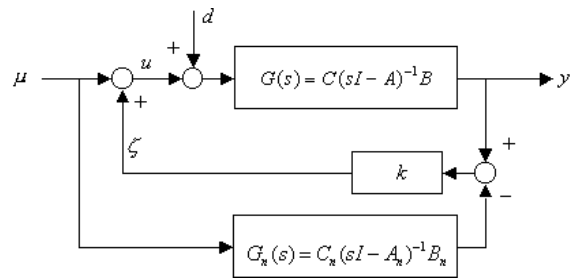


그림 1. 강인 내부 보상기의 구조

그림 1의 시스템의 상태 방정식은

$$\dot{X} = A^*X + B^*\mu + B^{**}d \tag{1}$$

$$Y = C^*X \tag{2}$$

$$X = [x \ x_n]^T, \ Y = y,$$

$$A^* = \begin{bmatrix} A + BCk & -BC_n k \\ 0 & A_n \end{bmatrix}, \ B^* = \begin{bmatrix} B \\ B_n \end{bmatrix},$$

$$B^{**} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}, \ C^* = [C \ 0]$$

로 표현할 수 있다.

먼저 정리 1에서 $d=0$ 인 경우 $k \rightarrow \infty$ 가 되면 강인 내부 보상기를 적용한 시스템이 공칭 모델과 같아짐을 보이고자 한다.

정리1:[7,9]

전체 시스템의 전달 함수 $G^*(s) = C^*(sI - A^*)^{-1}B^*$ 는 $k \rightarrow \infty$ 에 따라 $G_n(s) = C_n(sI - A_n)^{-1}B_n$ 가 된다.

강인 내부 보상기 k 는 다양한 방법에 의하여 설계가 가능하다. 만약 시스템의 모든 상태가 측정 가능한 경우 상태 오차 방정식의 극점을 원하는 위치에 배치하는 극점 배치 기법에 의하여 설계가 가능하다. 출력만이 측정 가능할 때 다음 식에 의하여 혼합 H_∞ 감도 설계가 가능하다. 여기서 W_1, W_2 는 가중 함수이다[10].

$$\min_k \left\| \begin{bmatrix} W_1(1 + G_n k)^{-1} \\ W_2 G_n k(1 + G_n k)^{-1} \end{bmatrix} \right\|_\infty < 1 \quad (3)$$

참고: 사용된 모델에 실제 시스템과 같은 제어 입력 제한 요소가 있다고 가정하면, 시스템을 안정하도록 설계한 k 는 시스템의 제어 입력의 포화가 발생하여도 시스템은 안정성을 유지한다.

3 DOB 및 ARC와의 관계

3.1 RIC와 DOB의 비교

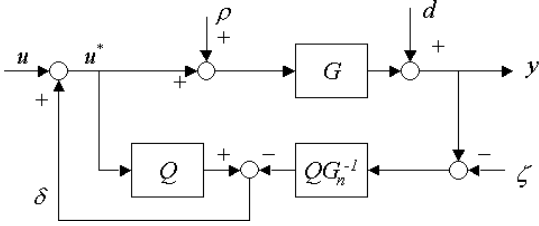


그림 2. 외란 관측기의 구조

DOB는 그림 2와 같은 형태로 구현된다. 이때 사용되는 Q 필터는 역 모델을 구현 가능하도록 하는 저역 통과 필터의 형태를 갖고, Q 필터의 절점 주파수를 높게 할수록 이상적인 형태에 근접하나 안정도의 문제로 인하여 그 범위는 제한된다. 따라서 외란의 감쇠 정도를 결정하는 설계 변수에 제약이 받게된다. 또한 Q 필터 차수가 N 이고 시스템의 상대 차수(relative degree)가 r 차 시스템의 경우 다음의 형태가 널리 사용되고 있다[2]. 여기서 $a_{Nk} = N! / (N - k)!$ 이다.

$$Q(s) = \frac{1 + \sum_{k=1}^{N-r} a_k(\tau s)^k}{1 + \sum_{k=1}^N a_k(\tau s)^k} \quad \text{또는} \quad Q_{MM}(s) = \frac{\sum_{k=0}^M a_{Nk}(\tau s)^k}{(\tau s + 1)^N} \quad (4)$$

이는 $Q(0) = 1$ 이고, $Q(s)P_n^{-1} \in RH_\infty$ 인 조건에 의한다. 이로 인해 그림 2의 Q 필터를 포함한 정 제환 루프는 시스템에 안정하지 않는 요소를 포함 할 수 있게된다. 즉, 식 (4)의 형태의 Q 필터를 사용하면 원점에 극점을 갖게되고, 이때 시스템에 따라 불안정 극점-영점 상쇄가 일어날 경우 내부 안정도를 만족하지 않게 된다[11]. 또한 불안정한 극점-영점 상쇄가 일어나지 않는 경우에도

제어 입력의 포화가 발생할 경우 전체 시스템이 불안정한 극점을 가질 수 있다. 따라서 기본적으로 Q 필터는 다음의 조건을 만족하여야 한다.

$$Q(s) = \{Q(s): Q(0) = 1, \frac{1}{1 - Q(s)} \in RH_\infty, Q(s)P_n^{-1} \in RH_\infty\} \quad (5)$$

그러나 이러한 조건을 만족하는 $Q(s)$ 는 존재하지 않는다. 따라서 DOB를 적용한 시스템의 전체 안정도를 위해 $Q(s)$ 필터의 입력에 시스템의 제어 입력 포화 요소와 같은 크기의 제어 입력 포화 요소를 넣어 구현하여야 한다[4]. 만약 $Q(0) = 1$ 이라는 조건을 제거하고, 시스템에 인가되는 외란의 주파수 성분을 안다고 가정하면 직접 $Q(s)$ 를 설계 할 수 있다. DOB의 구조를 보면 추정된 외란은 인가된 외란으로 비교된다. 그러나 현실적으로 외란은 시스템의 출력을 통해 측정하여 알 수 있으므로 DOB 구조에서의 Q 필터의 구조적인 설계는 제한 받게 된다. 한편 고차의 Q 필터를 설계하는 방법이 연구되었으나, $Q(0) = 1$ 조건을 유지하고, 위와 같은 이유로 인하여 구조적인 설계 방법을 제시하지 못하였다[3].

본 논문에서 제안한 RIC는 상태 오차를 줄이기 위한 제어기 즉, 일반적인 레귤레이션 문제로 해석 할 수 있으며, 이미 제안된 다양한 일반적인 설계가 가능하다. DOB를 RIC의 구조로 해석할 경우 RIC는 DOB의 표기로 다음과 같이 등가 변환된다. 따라서 DOB는 RIC의 특별한 형태임을 알 수 있다.

$$C_{RIC}(s) = \frac{Q(s)}{P_n(1 - Q(s))} \quad (6)$$

3.2 RIC와 ARC의 비교

시스템의 방정식을 식 (7)으로, 공칭 모델을 식 (8)로 표현하면 상태 오차를 식 (9)으로 쓸 수 있다. 여기서 J 는 관성 계수, B 는 점성 계수이고, 아래 첨자 n 은 모델의 매개 변수를 의미한다. 또한 $\mu(t)$ 는 제어 입력, $u(t)$ 는 외란이 보상된 제어 입력, 그리고 $d(t)$ 는 외부에서 인가되는 외란이다. 이때 $u(t)$ 는 식 (10)과 같이 정의된다.

$$J\dot{x}(t) + Bx(t) = u(t) + d(t) \quad (7)$$

$$J_n\ddot{x}_n(t) + B_n\dot{x}_n(t) = \mu(t) \quad (8)$$

$$e(t) = x(t) - x_n(t) \quad (9)$$

$$u(t) = \mu(t) + k_1\dot{e}(t) + k_2e(t) \quad (10)$$

이때 RIC의 이득 k_1 와 k_2 를 $k_1 = k$, $k_2 = k\lambda$ 로 선택하면 ARC[8]의 제어 입력 중에 적응 제어에 의한 제어 입력을 제외한 나머지 부분과 수학적으로 같은 제어 입력을 만든다. 따라서 ARC의 구조는 제안한 제어기의 2차 시스템에 특별한 예에 해당한다. 제어 입력을 $u(s) = \mu(s) + u^*(s)$ 의 형태로 나타낼 경우 각각의 제어 입력은 다음과 같다. 여기서 *는 ARC 또는 RIC 이고,

$\lambda = B_n/J_n$ 이다.

$$u^{ARC}(s) = \frac{-k}{J_n s} u + ksy + \lambda ky \quad (11)$$

$$u^{RIC}(s) = k \left\{ \left(-\frac{1}{J_n s + B_n} u + sy \right) + \lambda \left(\frac{1}{J_n s^2 + B_n s} u + y \right) \right\} \quad (12)$$

$$= \frac{-k}{J_n s} u + ksy + \lambda ky$$

4. 모의 실험

제안한 제어 방법의 유용함을 보이기 위해 3차로 된 DC 모터의 모델을 사용하고[12], 공칭 모델은 식 2차로 하여 위치와 속도의 두 개의 상태만을 측정하여 RIC를 설계하였다. 외란 관측기와 성능을 비교하기 위하여 외부 루프의 제어기는 동일한 위상 앞섬 제어기를 사용하였다. DOB의 Q 필터는 식 (4)의 $Q_{31}(s)$ 하였다. 이렇게 설계한 제어기를 쌍선형 근사(bilinear approximation)방법을 이용하여 z 변환한 후, 모의 실험을 수행하였다. 이때 인가한 외란은 그림 3과 같다. 그림 4는 외란 관측기에 기초한 제어 시스템과 제안한 제어기의 위치 오차를 비교한 것이다. 제어 명령이 1일 때 외란 관측기에 기초한 시스템의 최대 오차는 0.0038m이고, 보통 0.001m 정도를 나타낸다. 제안 제어기의 경우 최대 오차가 0.00055m이고 보통 0.0002m 정도를 나타낸다. 따라서 제안한 제어기의 성능이 외란 관측기 보다 최소 50%이상 좋음을 알 수 있다.

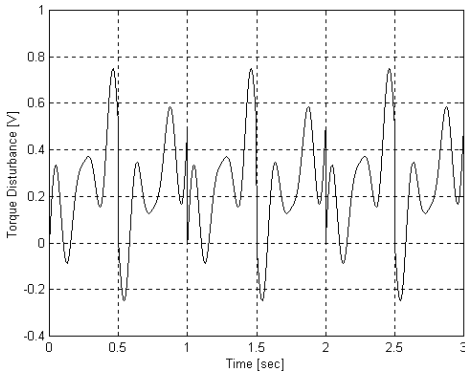


그림 3. 인가된 외란

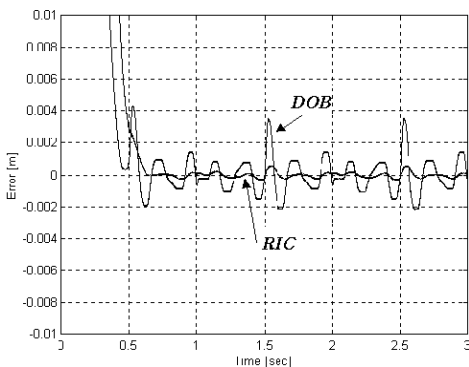


그림 4. 위치 오차 비교

5. 결론

최근 강인 제어 시스템 중에 시스템의 모델처럼 동작하게 하여 강인성을 부여하고, 이를 기반으로 외부 루프에 공칭 성능을 보장하는 서보 제어기를 설계하는 몇 가지 방법이 제안되었다. 본 논문에서는 시스템에 강인성을 부여하는 일반적인 형태의 강인 내부 보상기를 제안하였다. 강인 내부 보상기가 구조적인 불확실성과 외란이 존재하는 실제 시스템을 공칭 모델처럼 동작하게 할 수 있음을 증명하고, 강인 안정성을 보였다. 한편 DOB의 구조적인 단점을 지적하고, 제안한 강인 내부 보상기가 외란 관측기, 적응 강인 제어기의 일반적인 구조임을 보였다. 고정밀 서보 성능을 요구하는 시스템에 유용하게 적용될 수 있음을 모의 실험을 통하여 보였다.

[참고 문헌]

- [1] K. Ohnishi, "A new servo method in mechatronics," Trans. Japanese Society of Electrical Engineering, vol. 107-D, pp. 83-86, 1987
- [2] S. Lee, "Robust Digital Tracking Controllers for High-Speed/High-Accuracy Positioning System," Ph.D. Dissertation, U.C Berkeley, 1994
- [3] K. Yamada, S. Komada, M. Ishida, T. Hori, "Analysis and Classical Control Design of Servo System Using High Order Disturbance Observer," Proc. of IECON, pp 4 - 9, 1997
- [4] 최현택, 서일홍, "비선형 요소를 갖는 정전 마이크로 구동기의 외란 관측기에 기초한 디지털 추종 제어기 설계," 대한전기 학회 논문집 제 48권 6호, 1999년 6월
- [5] M. Morari, E. Zafiriou, Robust Process Control, Prentice-Hall Inc., 1989
- [6] Ya. Z. Tsympkin, U. Holmberg, "Robust stochastic control using the internal model principle and internal model control," Int. J. Control, Vol. 61, No. 4, pp 809 - 822, 1995
- [7] H. A. Zhu, G. S. Hong, C. L. Teo, and A. N. Poo, "Internal model control with enhanced robustness," International Journal of Systems Science, vol. 26, no 2, pp 277-293, 1995
- [8] Bin Yao, Mohammed Al-Majed, and Masayoshi Tomizuka, "High-Performance Robust Motion Control of Machine Tools: An Adaptive Robust Control Approach and Comparative Experiments," IEEE/ASME Trans. on Mechatronics, Vol. 2, No. 2, June, pp 63 -76, 1997
- [9] 최현택, 서일홍, "강인 내부 보상기를 이용한 새로운 강인 제어기 설계," 대한 전기 학회 논문집, 게재 예정
- [10] Bong Keun Kim, Wan Kyun Chung, Hyun-Taek Choi, Il Hong Suh, "Optimal Design Methods for Robust Internal Loop Compensator and Its Application to Twin-Servo Brushless DC Linear Motors," 제어 계측 자동화 로봇스 연구회 합동 학술 발표회 논문집, 55 - 58, 1999년 3월
- [11] John C. Dyle, Bruce A. Francis, Allen R. Tannenbaum, "Feedback Control Theory", Macmillan Publishing Company, pp 105 - 120, 1992
- [12] B. C. Kuo, Automatic Control Systems, Prentice-Hall, Inc., 7 ed., 1995